

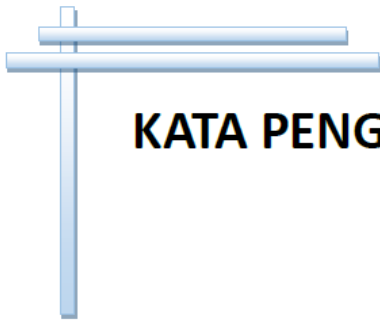
Juhari, M. Si



Modul Praktikum
Pemrograman Komputer
Pemrograman Java

2





KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah S.W.T karena atas anugerah dan karuniaNya penulis dapat menyelesaikan buku petunjuk praktikum “PROGRAM KOMPUTER II MAPLE”. Buku ini dibuat untuk membantu mahasiswa mengimplementasikan algoritma yang ditemui dalam beberapa mata kuliah Pengantar Ilmu komputer I, Program Komputer I, Analisis Numerik, Persamaan Diferensial Biasa, Persamaan Diferensial Parsial, Statistika, dan mata kuliah lain kedalam suatu bahasa program.

Dalam buku ini dijelaskan bagaimana proses pengimplementasian itu dilakukan dalam Maple. Dengan beberapa fungsi – fungsi khusus yang sudah “build in” dalam Maple Library, mahasiswa diharapkan dapat dengan mudah membuat program dalam bahasa nonprosedural yang bersifat singkat dan lugas namun dapat mengatasi semua masalah – masalah kompleks dalam Matematika.

Selanjutnya dalam kesempatan ini penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas SAINTEK UIN-Malang;
2. Ketua Jurusan Matematika yang telah memberikan motivasi dan rekomendasi penggunaan buku petunjuk praktikum ini dalam beberapa acara perkuliahan mata kuliah;
3. Semua pihak yang terlibat langsung maupun tak langsung dalam penyusunan buku ini.

Semoga bantuan rielnnya mendapat balasan yang setimpal dari Allah S.W.T. dan akhirnya penulis berharap agar buku ini memberikan mamfaat bagi mahasiswa dan pembaca pada umumnya, oleh karena itu kritik dan saran masih penulis harapkan untuk penyempurnaan dikemudian hari.

Malang, Juli 2014

DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	1
DAFTAR ISI	2
MODUL 1. Pendahuluan	3
MODUL 2. Operasi Lembar Kerja	6
2.1 Memulai Maple	6
2.2 Beberapa Fungsi Dalam Maple	6
MODUL 3. Matematika Dengan Maple	10
MODUL 4. Penggunaan Maple Lanjutan	13
4.1 Penggunaan Menu Context	13
4.2 Operasi Array, Vektor, dan Matrik	14
4.3 Penulisan Matriks.....	14
4.3 Operasi Dalam Matrik.....	17
MODUL 5. Menggambar Grafik.....	20
MODUL 6. Animasi.....	26
MODUL 7. Limit.....	29
MODUL 8. Solusi Matematika Dengan Maple.....	31

MODUL 1

Pendahuluan

Tujuan Khusus Praktikum : *Mahasiswa dapat memahami kegunaan software Maple dan juga mengetahui keunggulan-keunggulan software pengiringnya.*

Maple merupakan salah satu software matematika ideal untuk para profesional teknik, peneliti, pengajar dan siswa. Dengan lebih dari 3,500 routines, Maple mencakup spektrum matematika yang sangat luas, mulai dari pengantar kalkulus sampai ke topik Transformasi Fourier cepat. Sebenarnya terdapat paling sedikit 12 topik pada pelatihan dasar, seperti yang terdapat pada Maple New User's Tour, yaitu :

- (1) Working Through the New User's Tour
- (2) Numerical Calculations
- (3) Algebraic Computations
- (4) 2-D Graphics
- (5) 3-D Graphics
- (6) Calculus
- (7) Vector Calculus
- (8) Differential Equations
- (9) Linear Algebra
- (10) Programming
- (11) Programming the Maple Graphical User Interface
- (12) Help System

Karena keterbatasan waktu maka hanya disajikan beberapa topik penting dan dasar saja. Untuk memulai Maple, pastikan terlebih dahulu software Maple telah terinstal dikomputer kemudian lakukan langkah-langkah :

- Klik Programs
- Klik Maple 8 – pilih Maple 8, seperti tampilan pada gambar 1.1



Gambar 1.1 Memulai Maple 8

Setelah masuk ke Maple 8, nampak tampilan worksheets seperti gambar 1.2.



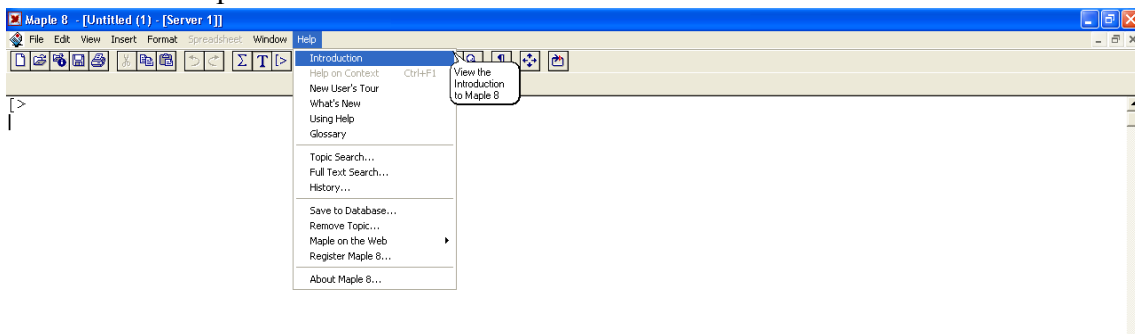
Gambar 1.2 Worksheet

Worksheets tersedia menunggu perintah untuk dieksekusi dengan langkah-langkah :

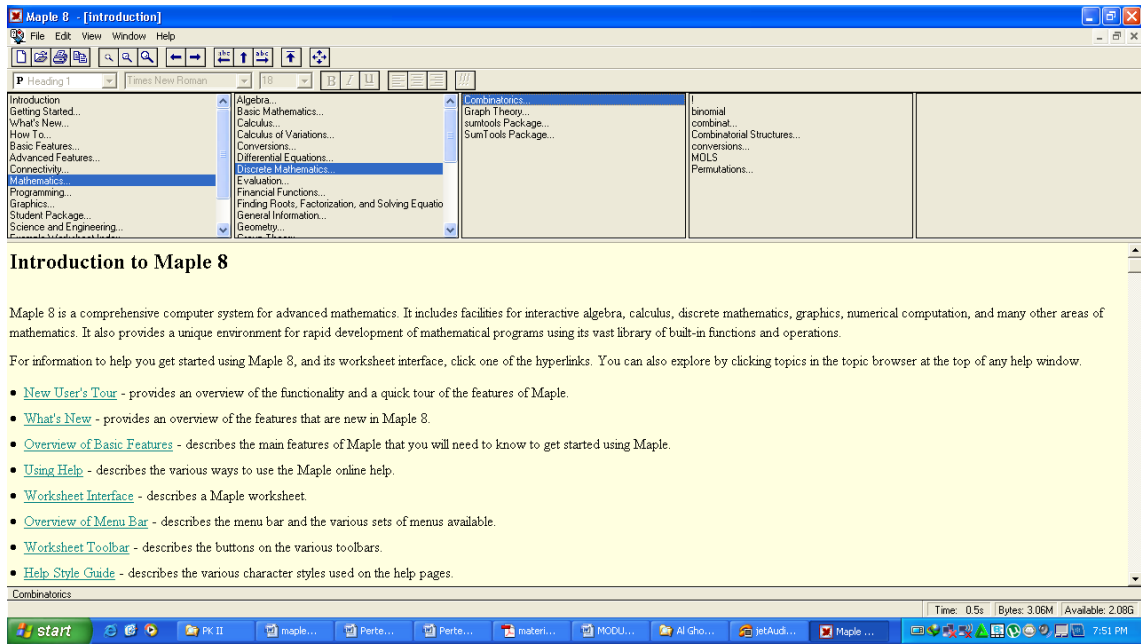
Tempatkan kursor di belakang tanda [>

PRAKTIKUM PERTAMA

Silahkan pelajari sendiri tentang Maple dengan memilih submenu “*introduction*” pada menu utama Maple 8 !



Gambar 1.3 Maple Help




Gambar 1.4 Maple Introduction

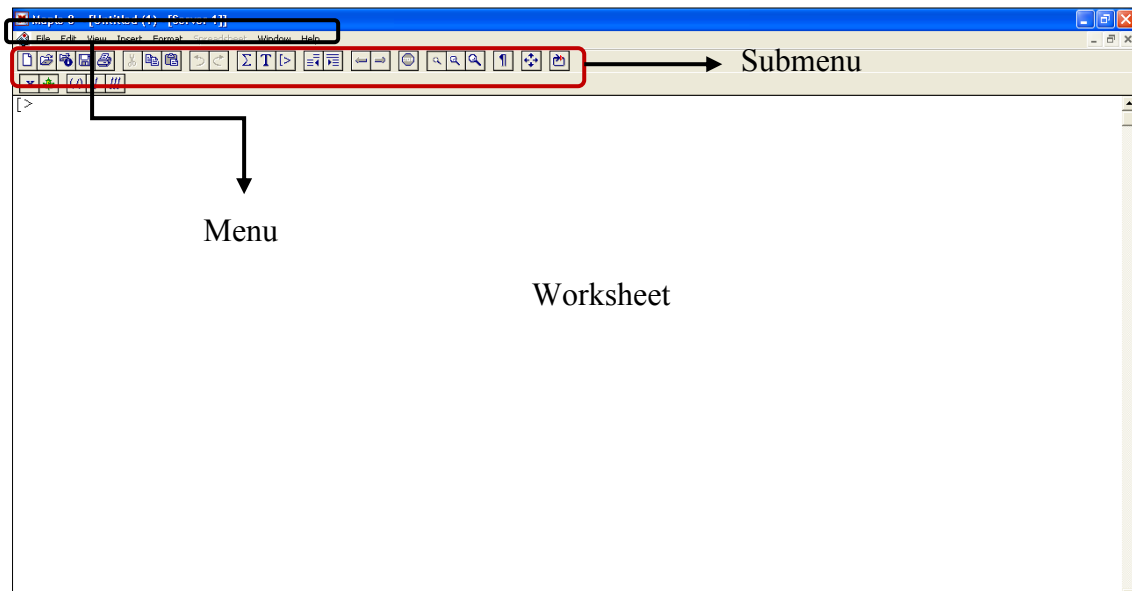
MODUL 2

Operasi Lembar Kerja

Tujuan Khusus Praktikum : Mahasiswa mengetahui bagaimana mendefinisikan dan menjalankan fungsi-fungsi yang ada dalam Maple.

2.1 Memulai Maple

Setelah melakukan instalasi MAPLE pada PC, perhatikan icon MAPLE  pada tampilan desktop kemudian “doubleclick” pada icon tersebut. Selanjutnya akan muncul tampilan seperti pada gambar berikut ini.



Gambar 2.1 Lembar kerja untuk menjalankan fungsi-fungsi Maple

Pada tampilan awal MATLAB, terlihat beberapa jendela yang merupakan bagian penting di dalam MATLAB, antara lain :

a. Jendela perintah (Worksheet)

Pada Worksheet, semua perintah maple dituliskan dan dieksekusi. Kita dapat menuliskan perintah perhitungan sederhana, memanggil fungsi, mencari informasi tentang sebuah fungsi dengan aturan penulisannya (help), demo program, dan sebagainya. Setiap penulisan perintah selalu diawali dengan prompt ‘[>’.

b. Window

Menu ini berisi informasi tentang perintah yang pernah dituliskan sebelumnya.

Jangan lupa mengakhiri perintah dengan semicolon (;), bila akan segera ingin mengetahui hasil operasi Maple. Perintah diakhiri dengan colon (:) bila hasilnya tidak ingin ditampilkan tapi tetap diproses. Selanjutnya tekan **[Enter]**. Sebaiknya sebelum perintah-perintah diberikan pada maple, dimulai dulu dengan perintah `[> restart ;` untuk pengosongan memori

2.2 Beberapa Fungsi Dalam Maple

Beberapa fungsi yang dapat dipakai dalam Maple untuk menyelesaikan beberapa masalah dapat diringkas dalam penjelasan berikut:

- **Operasi Aritmetika**

Simbol	Fungsi
+ dan -	Tambah dan kurang
* dan /	Kali dan bagi
^	Pangkat
sqrt	Menghitung akar
evalf	Memberikan nilai numeric

- **Fungsi**

Nama Maple	Fungsi
e^x	Fungsi exponent (e^x)
$\ln(e)$	Logaritma Natural = $\log[e]$
$\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, $\cot(x)$, $\sec(x)$, $\csc(x)$	Fungsi trigonometri
$\arcsin(x)$, $\arccos(x)$ dan lainnya	Invers trigonometri
$\sinh(x)$, $\cosh(x)$ dan lainnya	Hiperbolik
$\operatorname{arcsinh}(x)$, $\operatorname{arccosh}(x)$ dan lainnya	Invers hiperbolik

Semua sudut digunakan satuan radian

Misal `[> sin(30);` **30 dalam radian**

- **Manipulasi Polinomial**

Perintah Maple	Tujuannya
simplify	Menyederhanakan ekspresi aljabar
expand	Menguraikan suatu ekspresi
factor	Memfaktorkan suatu ekspresi
solve	Menyelesaikan system persamaan
fsolve	Memberikan solusi numerik

PRAKTIKUM 2A

1. Bukalah program Maple pada computer anda !
2. Ketikkan sintak perintah-perintah berikut ini dengan huruf kecil diikuti dengan menekan tombol ENTER !
3. Amati hasil tampilan di layar untuk setiap sintak perintah !
4. Tuliskan fungsi dari setiap sintak perintah tersebut pada kolom yang disediakan pada tabel praktikum !

No.	Sintak	Fungsi
1	?help	
2	info(int);	
3	usage(diff);	
4	??sin	
5	example(plot[parametric]);	
6	???plot	
7	related(help)	

MODUL 3

Matematika Dengan Maple

Tujuan Khusus Praktikum : Mahasiswa dapat menulis program dalam programming editor dan dapat menjalankannya dalam lembar kerja Maple (worksheet)

- ❖ Untuk menghitung dalam bentuk pecahan desimal, ketik **evalf()**

```
> evalf(22/7,4);  
3.143
```

- ❖ Tanda ^ menunjukkan pangkat, misal 2^3

```
> 2^3;  
8
```

- ❖ Perintah **Sqrt** menunjukkan akar, misal $\sqrt{2}$

```
> sqrt(2);  
 $\sqrt{2}$   
> evalf(sqrt(2),5);  
1.4142
```

- ❖ Perintah **sum** menunjukkan jumlahan, misal untuk mendapatkan hasil $2+4+6+8$

```
> sum(2*n,n=1..4);  
20
```

- ❖ Perintah **seq** menunjukkan barisan, misal barisan 2,4,6,8,10

```
> seq(2*k,k=1..5);  
2, 4, 6, 8, 10
```

- ❖ Ekspresi **Nama fungsi**. misal $f = \frac{2}{3} + \frac{7}{13}$

```
> f:=2/3+7/13;  
 $f = \frac{47}{39}$   
> evalf(f,6);  
1.20513
```

- ❖ Penentuan **faktor** suatu fungsi. misal akar-akar x dari fungsi $p = x^2 + 2x - 3$

```
> p:=x^2+2*x-3;  
 $p = x^2 + 2x - 3$   
> factor(p);  
(x+3)(x-1)
```

Apabila dimasukkan nilai $x=4$, ketik **subs**

```
> subs(x=4,p);  
21
```

❖ Ekspresi pembagian polynomial dan penyederhanaannya, misal $q = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$

> `q:=p/(x-1);`

$$q := \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$$

> `simplify(q);`

$$x + 3$$

❖ Perintah `subs`, `eval`, dan `evalf` misal $\sin x, x = \frac{\pi}{4}$

> `subs(x=Pi/4, sin(x));`

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

> `eval(subs(x=Pi/4, sin(x)));`

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

> `evalf(subs(x=Pi/4, sin(x)));`

$$0.7071067813$$

❖ Perintah `solve`, misal $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

> `solve(sin(x)=1/sqrt(2), x);`

$$\frac{\pi}{4}$$

❖ Perintah `fsolve`, misal $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

> `fsolve(sin(x)=1/sqrt(2), x);`

$$0.7853981634$$

> `fsolve(sin(x)=1/sqrt(2), x=2..3);`

$$2.356194490$$

❖ Fungsi Khusus

> `4!;`

$$24$$

> `binomial(5, 2);`

$$10$$

❖ Perintah `expand` dan `combine`,

> `expand(sin(a+b));`

$$\sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

> `combine(expand(sin(a+b)));`

$$\sin(a + b)$$

> `combine(ln(a)+ln(b), ln);`

$$\ln(a) + \ln(b)$$

```
> eval(combine(exp(4)*exp(2)));
```

e^6

```
> evalf(combine(exp(4)*exp(2)));
```

403.4287935

❖ Mengenakan suatu nilai, misal untuk suatu nilai $x=4$

```
> x:=4;
```

$x:=4$

Apabila $f = e^{x^2}$,

```
> f:=exp(x^2);
```

$f:=e^{16}$

Jika $r = x^2$

```
> r:=x^2;
```

$r:=16$

❖ Memanggil suatu nilai,

```
> x:='x';
```

$x:=x$

```
> f:=x^3;
```

$f:=x^3$

```
> g:=subs(x=5, f);
```

$g:=125$

Fungsi juga dapat ditulis dalam bentuk :

```
> t:=x->x^3;
```

$t:=x \rightarrow x^3$

```
> t(5);
```

125

```
> t(a*x+b);
```

$(ax+b)^3$

```
> expand(t(a*x+b));
```

$a^3x^3+3a^2x^2b+3axb^2+b^3$

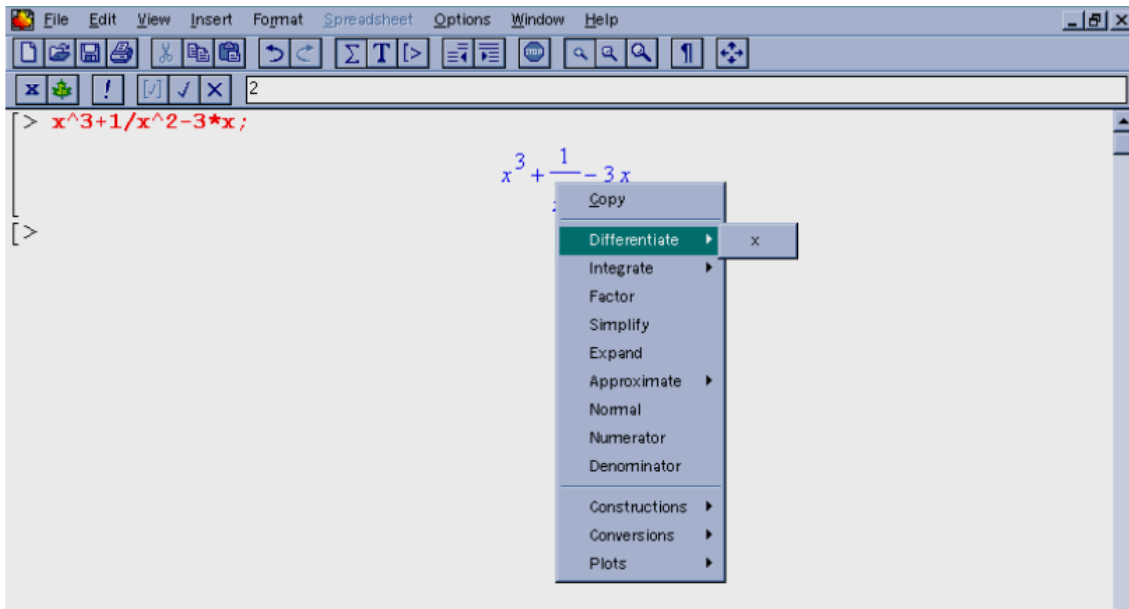
MODUL 4

Penggunaan Maple Lanjutan

Tujuan Khusus Praktikum : Mahasiswa dapat menjalankan fungsi-fungsi Maple untuk menyelesaikan masalah tertentu yang ditulis dalam worksheet

4.1 Penggunaan Menu Context

Misalkan kita tulis perintah seperti dalam jendela berikut, kemudian letakkan krusor pada hasil eksekusi kemudian klik kanan, muncul beberapa pilihan yang dapat dikerjakan terhadap hasil di atas. Sebagai contoh kita diferensialkan hasil tersebut, terhadap x , seperti dalam gambar berikut:



Gambar 4.1 Tampilan Menu Context

Hasilnya akan diberikan sebagai R0. Kemudian misalkan kita pilih **Simplify**, maka akan diperoleh hasil yang oleh maple diberi nama R1, seperti di bawah ini:

```
> x^3+1/x^2-3*x;
```

$$x^3 + \frac{1}{x^2} - 3x$$

```
> R1 := simplify(x^3+1/x^2-3*x);
```

$$R1 := \frac{x^5 + 1 - 3x^3}{x^2}$$

```
> R0 := diff(x^3+1/x^2-3*x,x);
```

$$R0 := 3x^2 - \frac{2}{x^3} - 3$$

Anda bisa mencoba untuk formula dan pilihan pengerjaan lainnya dari menu context ini.

4.2 Operasi Array, Vektor, dan Matrik

Array adalah kumpulan data-data skalar yang dinyatakan dalam bentuk baris, kolom dan gabungan antar keduanya. Kumpulan data dengan deret yang tidak teratur mengharuskan pemakai untuk menuliskan data satu per satu. Kumpulan data dengan deret yang teratur dapat diekspresikan dalam bentuk array, sehingga memungkinkan pemakai untuk tidak menuliskannya satu per satu.

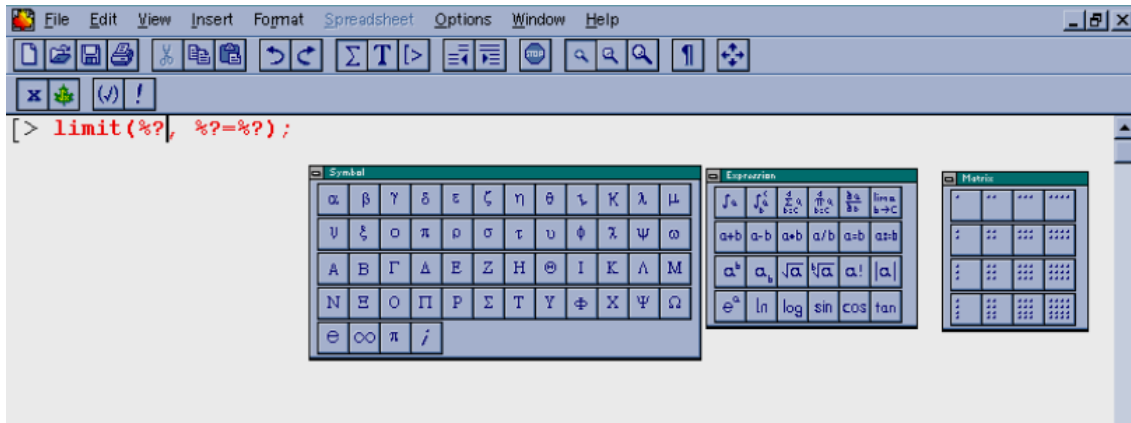
Matriks adalah *array* yang dibangun dari kumpulan persamaan linier. Operasi matrik tidak seperti *array* biasa, melainkan system operasi aljabar matriks. Maple menangani *array* secara intuitif. Untuk membuat *array* dalam Maple, yang perlu dilakukan hanyalah mengetikkan kurung kotak kiri, memasukkan elemen-elemen dengan dipisahkan oleh koma, kemudian menutup array dengan kurung kotak kanan.

4.3 Penulisan matriks

Ada beberapa cara yang digunakan untuk penulisan matriks dalam maple antara lain:

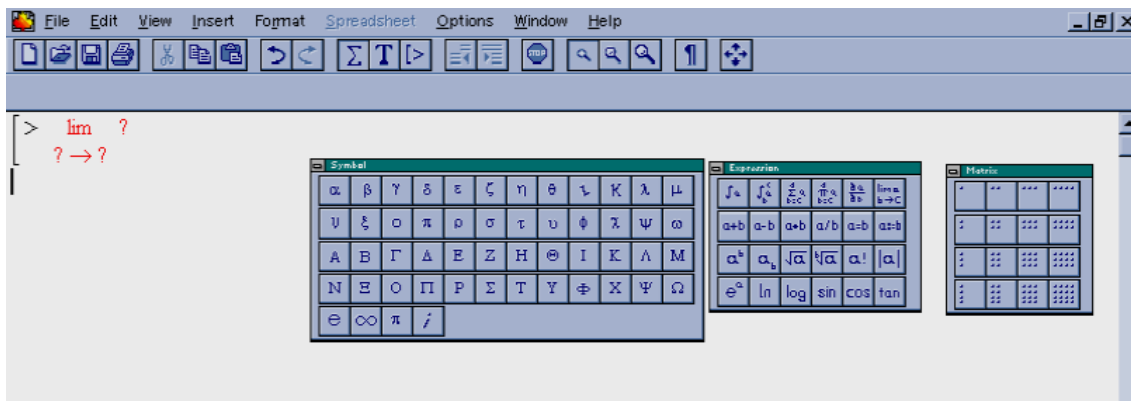
a. Menggunakan Pallets

Maple memberikan fasilitas *Pallets* untuk memudahkan penulisan suatu simbol, ekspresi dan matriks, baik text maupun input maple yang dapat dieksekusi. Untuk menampilkan fasilitas ini dapat ditampilkan jendelanya dengan mengklik **View > Pallets**. Berikut diberikan tampilan jendela maple dengan semua pallets ditampilkan dan ekspresi limit diklik. Nampak suatu template perintah limit yang siap diisi. Template seperti itu muncul karena **Input Display** maple dalam mode **Maple Notation**. Mode ini dapat ditampilkan dengan mengklik **Option>Input Display>Maple Notation**.



Gambar 4.2 Menu Pallets 1

Mode yang lain dari Input Display adalah **Standard Math**, di mana templatnya tampil dalam bentuk simbol, seperti dalam tampilan berikut. Kedua mode tersebut secara cepat dapat ditampilkan dengan menekan tombol x (sudut kiri atas jendela maple) berulang, seperti yang akan diinginkan.



Gambar 4.3 Menu Pallets 2

Template-template tersebut dapat diisi pada tanda tanya dengan diketik dari keyboard atau juga dapat diisi dari simbol dari pallets symbol. Berikut diberikan contohnya.

$$> \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

2

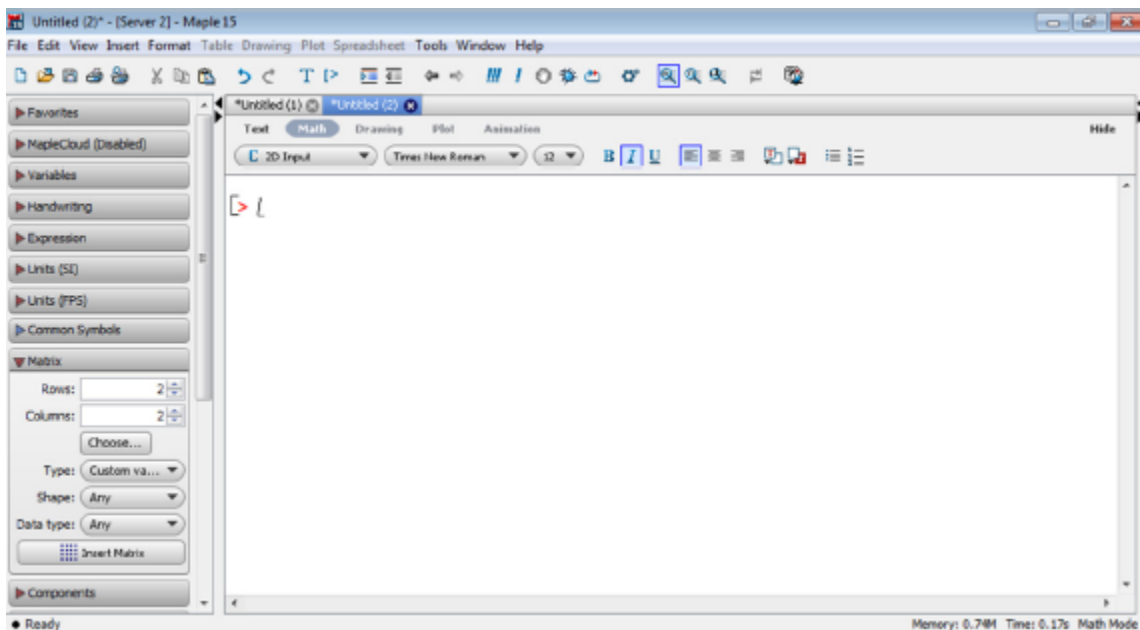
$$> \sum_{i=1}^{\theta} \alpha^i$$

$$\frac{\alpha^{(\theta+1)} - \alpha}{\alpha - 1}$$

Pada Maple 15 menu pallets berada pada samping worksheet seperti pada gambar berikut ini:

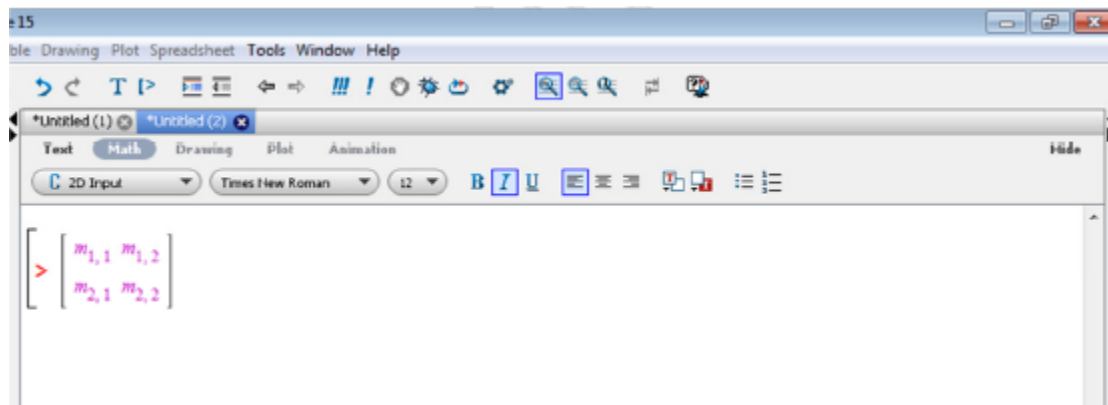
Cara penulisan matriks adalah:

- Klik tab Matriks pada bagian palettes sehingga muncul tampilan berikut:



Gambar 4.4 Menu Pallets pada Maple 15

- Ketikkan jumlah baris dan kolom pada bagian *rows* dan *columns* sesuai dengan yang dibutuhkan. Setelah itu akan muncul tampilan worksheet berikut:



Gambar 4.5 Penulisan Matriks pada Maple 15

- Ganti $m_{1,1}$, $m_{1,2}$, $m_{2,1}$, $m_{2,2}$ dengan angka-angka yang dibutuhkan.
- b. Mengetik Langsung

Caranya dengan mengetikkan perintah pada prompt yaitu:

`> Matrix([[1, 2], [a, b]])`

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & b \end{bmatrix}$$

atau

```
> A := matrix(3, 3, [2, -1, 3, 0, 4, 5, -2, 1, 4]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Cara kedua hanya bisa digunakan untuk matriks yang ukurannya di atas 3x3

4.4 Operasi dalam Matriks

Maple sudah menyediakan banyak paket (*packages*) yang bisa digunakan untuk membantu komputasi kita, karena di dalamnya sudah disediakan *function* atau perintah yang bisa langsung digunakan. Satu paket yang ditujukan untuk Aljabar linear adalah Paket “*linalg*”. Secara umum, untuk memanggil paket, digunakan perintah **with(nama_paket)**.

a. Operasi Dasar Matriks

Untuk penjumlahan dan pengurangan matriks kita akan menggunakan paket “*linalg*” dengan perintah “*evalm()*”.

1. Gunakan paket “*linalg*” yang disediakan untuk menyelesaikan masalah aljabar linear dengan mengetikkan:

```
> with(linalg);
```

2. Definisikan dua buah matriks dengan ordo yang sama, Misalnya:

```
> P :=
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> Q :=
```

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$Q := \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Untuk penjumlahan dan pengurangan perintahnya:

```
> P+Q;
```

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}$$

Atau menggunakan perintah “*evalm()*”

```
> evalm(P+Q);
```

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 11 \end{bmatrix}$$

4. sedangkan untuk operasi perkalian perintahnya:

> **evalm(P.*Q);**

$$\begin{bmatrix} 16 & 19 \\ 36 & 43 \end{bmatrix}$$

atau

> **evalm(P.Q);**

$$\begin{bmatrix} 16 & 19 \\ 36 & 43 \end{bmatrix}$$

b. Determinan

Sama seperti operasi dasar matriks, untuk determinan kita juga menggunakan paket “*linalg*”. Langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Gunakan paket “*linalg*” yang disediakan untuk menyelesaikan masalah aljabar linier dengan mengetikkan:

> **with(linalg);**

2. Definisikan sebuah matriks, misalnya:

$$> P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Untuk determinan perintahnya:

> **det(P);**

-2

c. Transpose Matriks

Langkahnya sebagai berikut:

1. Gunakan paket “*linalg*” yang disediakan untuk menyelesaikan masalah aljabar linear dengan mengetikkan:

> **with(linalg);**

2. Definisikan sebuah matriks, Misalnya:

$$> P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Untuk Transpose perintahnya:

> **transpose(P);**

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

d. Adjoin

Langkahnya sebagai berikut:

1. Gunakan paket “*linalg*” yang disediakan untuk menyelesaikan masalah aljabar linear dengan mengetikkan:

> **with(linalg);**

2. Definisikan sebuah matriks , Misalnya:

$$> P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Untuk adjoin perintahnya:

> **adj(P);**

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

e. Invers

Langkahnya sebagai berikut:

1. Gunakan paket “*linalg*” yang disediakan untuk menyelesaikan masalah aljabar linear dengan mengetikkan:

> **with(linalg);**

2. Definisikan sebuah matriks , Misalnya:

$$> P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$P := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Untuk invers perintahnya:

> **inverse(P);**

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

MODUL 5

Menggambar Grafik

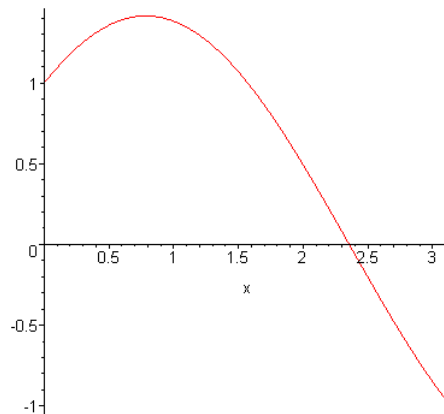
Tujuan Khusus Praktikum : *Mahasiswa dapat menjalankan fungsi-fungsi Maple untuk menyelesaikan masalah visualisasi*

Objectives: The main objective of the lab is to familiarize the students with the plotting graphs of the functions in Maple. The topics covered in modul 5 are as follows:

- Plotting set of points
- Plotting Graph of different Functions
- Plotting Inverse functions

Contoh 1

```
> plot(cos(x) + sin(x), x=0..Pi);
```

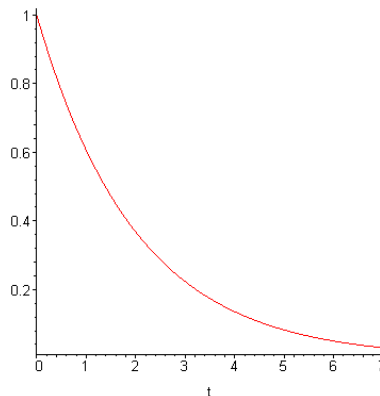


Contoh 2

```
> y:=exp(-0.5*t);
```

$$y = e^{(-0.5 t)}$$

```
> plot(y, t=0..7);
```

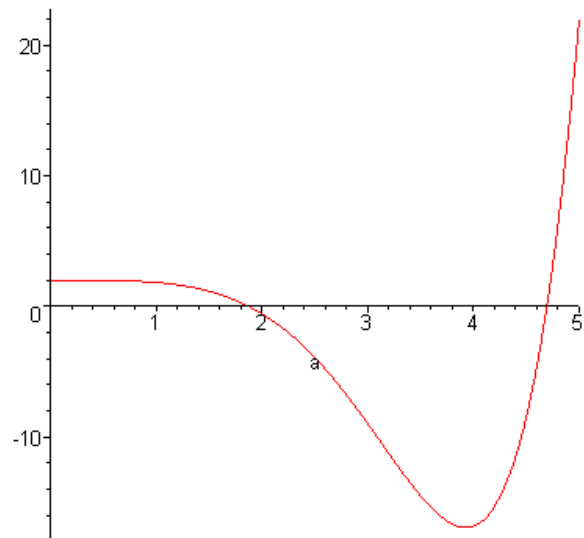


Contoh 3

```
> f:=cosh(a)*cos(a)+1;
```

$$f := \cosh(a) \cos(a) + 1$$

```
> plot(f, a=0..5);
```

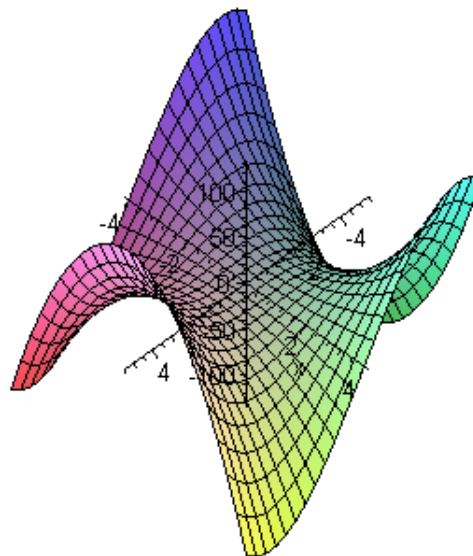


contoh 4

```
> u:=x^3-3*x*y^2;
```

$$u = x^3 - 3xy^2$$

```
> plot3d(u, x=-5..5, y=-4..4, axes=NORMAL);
```



Contoh 5

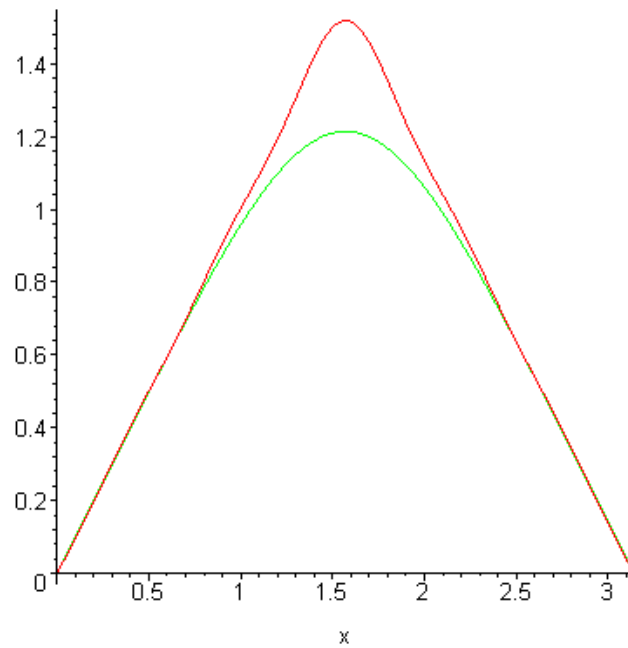
> $u := (-1)^n 4 / (\pi (2n+1)^2) * \sin((2n+1)x) * \exp(-(2n+1)^2 t);$

$$u := \frac{4 (-1)^n \sin((2n+1)x) e^{-(2n+1)^2 t}}{\pi (2n+1)^2}$$

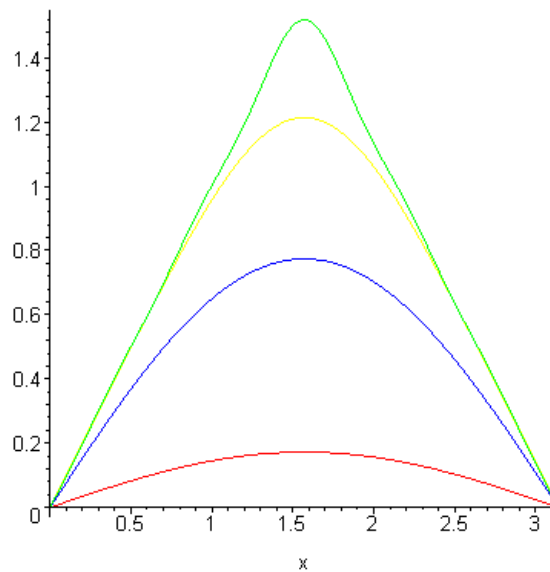
> $U := \text{sum}(u, n=0..5);$

$$U := \frac{4 \sin(x) e^{-t}}{\pi} - \frac{4 \sin(3x) e^{-9t}}{9\pi} + \frac{4 \sin(5x) e^{-25t}}{25\pi} - \frac{4 \sin(7x) e^{-49t}}{49\pi} + \frac{4 \sin(9x) e^{-81t}}{81\pi} - \frac{4 \sin(11x) e^{-121t}}{121\pi}$$

> $\text{plot}(\{\text{subs}(t=0, U), \text{subs}(t=0.1, U)\}, x=0..Pi);$

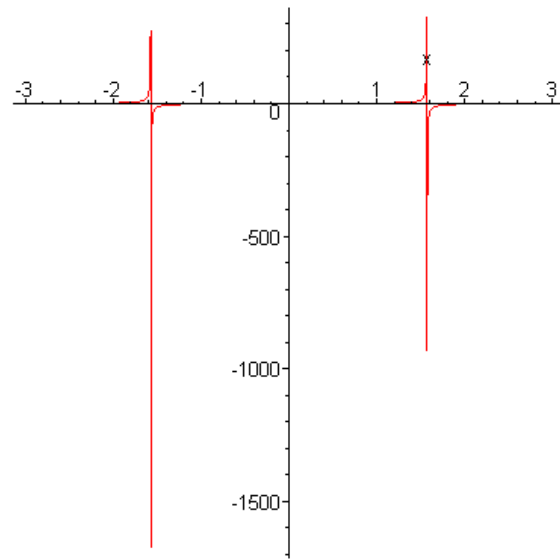


> $\text{plot}(\{\text{subs}(t=0, U), \text{subs}(t=0.1, U), \text{subs}(t=0.5, U), \text{subs}(t=2, U)\}, x=0..Pi);$



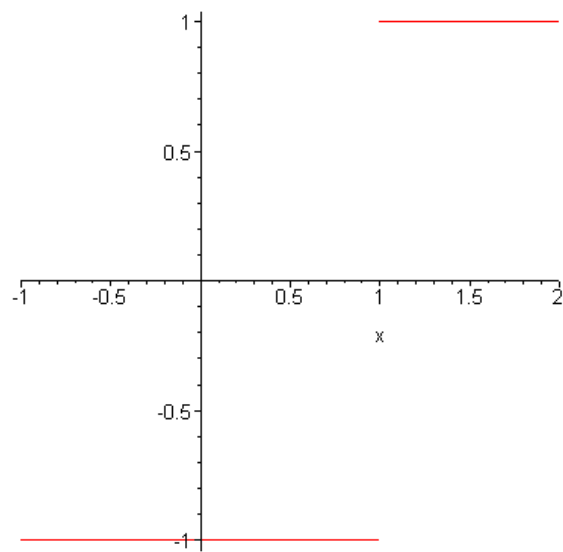
Contoh 6

```
> plot(tan(x), x=-Pi..Pi);
```



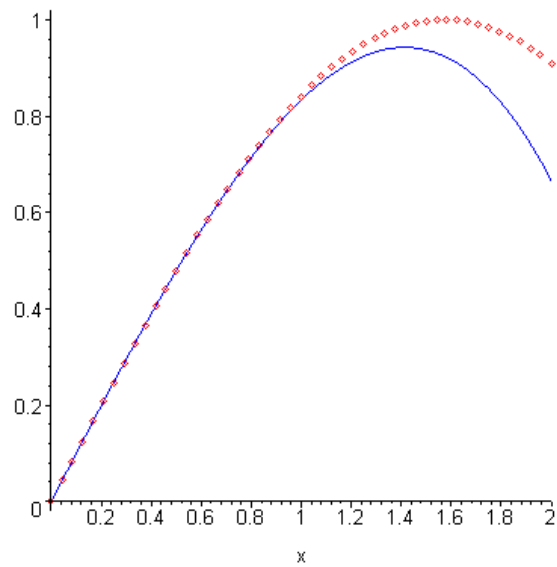
Contoh 7

```
> plot(-1 + 2*Heaviside(x-1), x = -1..2, discont = true);
```



Contoh 8

```
> plot([sin(x), x-x^3/6], x=0..2, color=[red,blue], style=[point,line]);
```

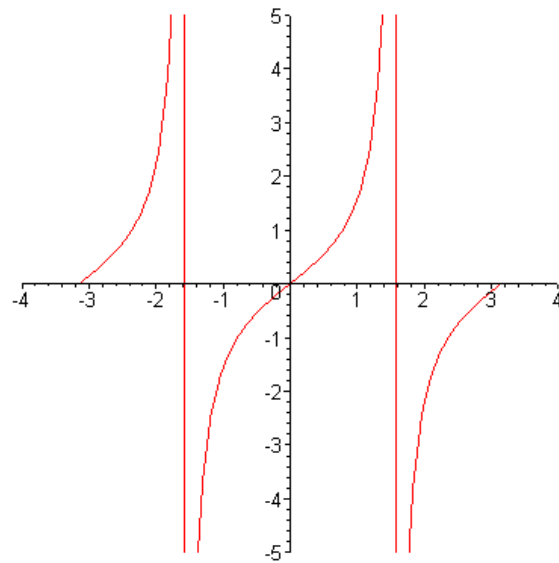


Contoh 9

```
> s := t->100/(100+(t-Pi/2)^8): r := t -> s(t)*(2-sin(7*t)-cos(30*t)/2):  
> plot([r(t),t,t=-Pi/2..3/2*Pi],numpoints=2000,coords=polar,axes=None);
```

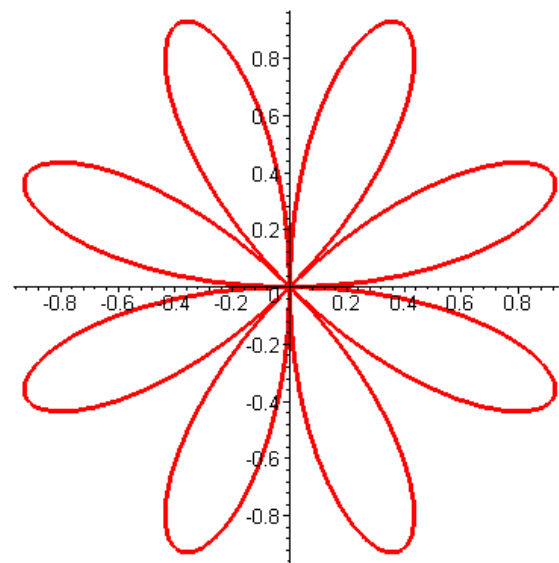


```
> plot([x, tan(x), x=-Pi..Pi], -4..4, -5..5, tickmarks=[8,10]);
```



Contoh 10

```
> plot([sin(4*x), x, x=0..2*Pi], coords=polar, thickness=3);
```



< 1

MODUL 6

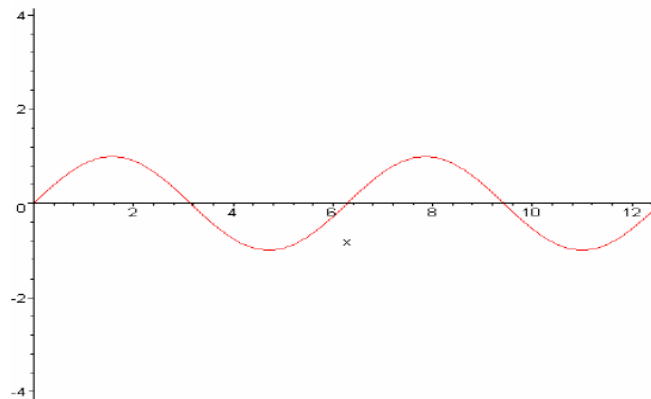
Animasi

Tujuan Khusus Praktikum : Mahasiswa dapat menjalankan fungsi-fungsi Maple untuk menyelesaikan masalah animasi

Dengan paket *plots* kita dapat membuat beberapa macam animasi untuk grafik-grafik fungsi matematika baik untuk satu variabel maupun dua variabel. Berikut diberikan contohnya.

- **Contoh 6.1**

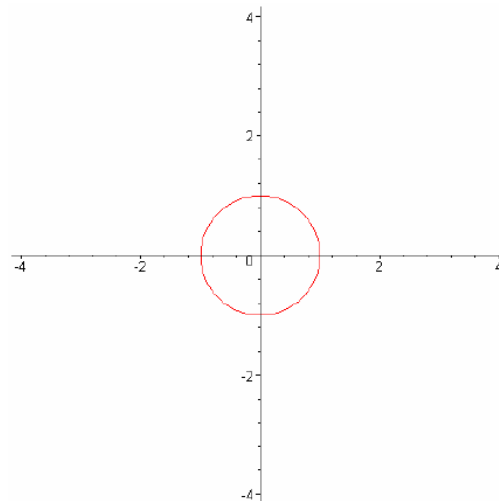
```
> with(plots) :  
> animate(t*sin(x), x=0..4*Pi, t=1..4);
```



Animasi dapat dijalankan dengan mengklik kiri pada gambar, lalu tekan tombol-tombol *player* pada menu di atas worksheet.

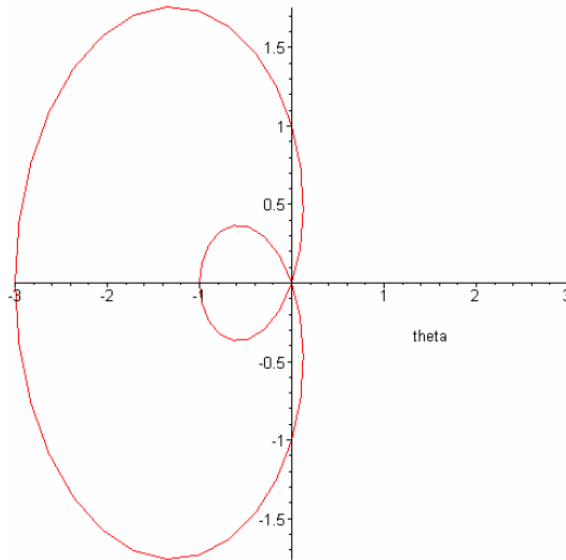
- **Contoh 6.2**

```
> with(plots) :  
> animate([r*cos(theta), r*sin(theta)], theta=0..2*Pi, r=1..4,  
scaling=constrained);
```



- **Contoh 6.3**

```
> with(plots):
> animate(1+a*cos(theta), theta=0..2*Pi, a=-2..2,
  coords=polar);
```

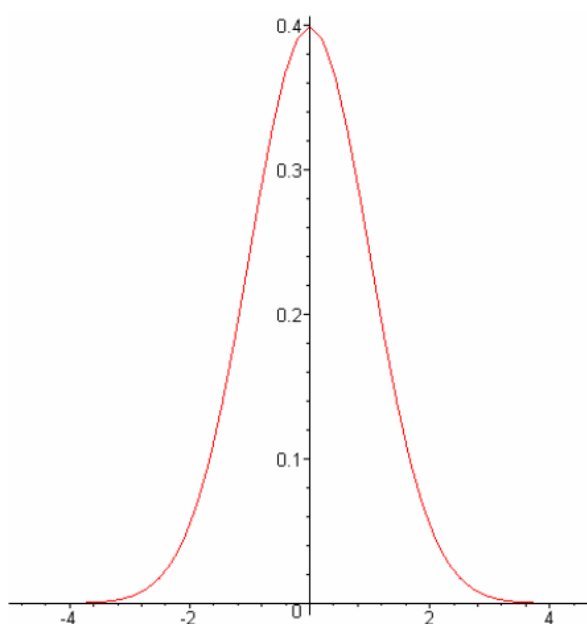


- **Contoh 6.4**

```
> with(plots):
> G:=(x, sigma)->1/(sigma*sqrt(2*Pi))*exp(-
  x^2/(2*sigma^2));
```

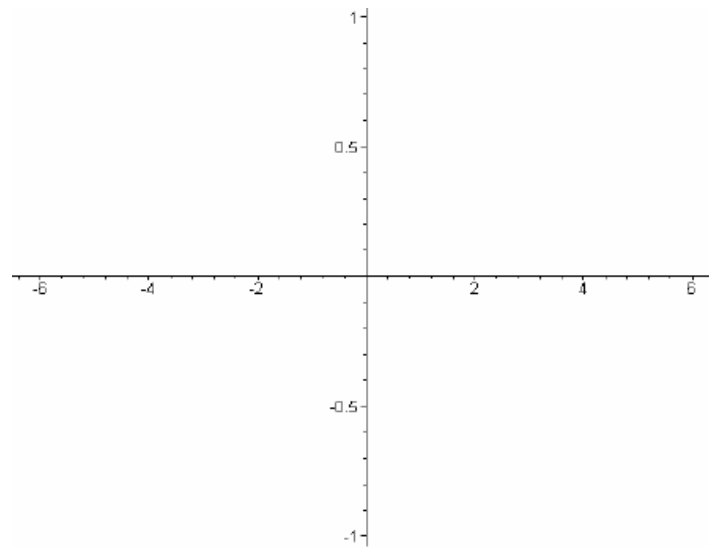
$$G := (x, \sigma) \rightarrow \frac{e^{\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2}\right)}}{\sigma \sqrt{2\pi}}$$

```
> animate(G(x, sigma), x=-5..5, sigma=1..2);
```



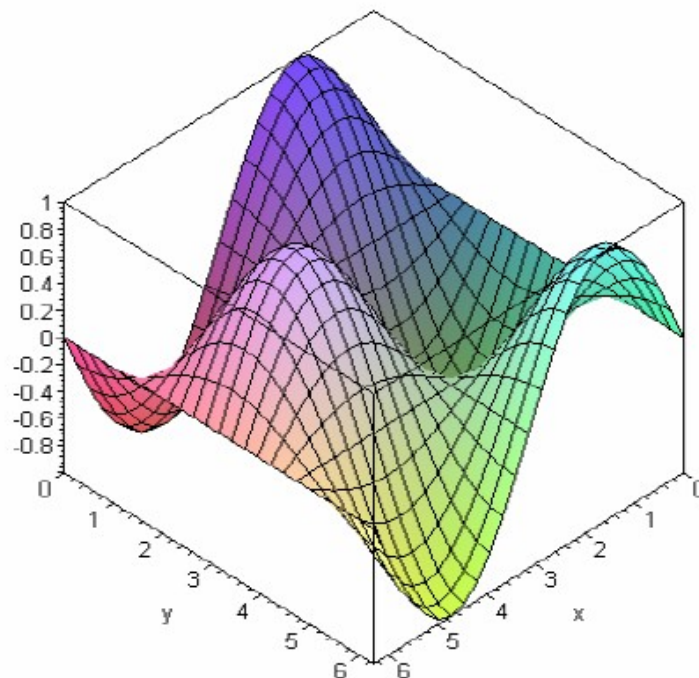
- **Contoh 6.5**

```
> with(plots) :  
> animatecurve(sin(2*x), x=-2*Pi..2*Pi, color=blue);
```



- **Contoh 6.6**

```
> with(plots) :  
> animate3d(sin(x-t)*cos(y-t), x=0..2*Pi, y=0..2*Pi,  
t=0..Pi);
```



MODUL 7

Limit

Tujuan Khusus Praktikum : Mahasiswa dapat menggunakan perintah di Maple untuk menyelesaikan masalah limit

Untuk menghitung limit dapat dilakukan dengan mengeksekusi perintah:

`limit(f, x=a, dir)`, `Limit(f, x=a, dir)`, dengan `f` ekspresi fungsi, `x` nama, `a` ekspresi aljabar menunjukkan titik limit, `dir` arah limit.

Contoh 1 : Tentukan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

```
> limit(sin(x)/x, x=0);
```

1

contoh lainnya :

```
> limit(cos(x)/x, x=1);
```

cos(1)

```
> limit(cos(x)/x, x=0);
```

undefined

```
> limit(exp(2*x), x=infinity);
```

∞

```
> limit(exp(x), x=5);
```

e^5

```
> limit(x^2, x=3);
```

9

```
> limit(1/x-1, x=-1);
```

-2

```
> limit((x-8)/(x^(1/3)-2), x=8);
```

$\left(\frac{2}{3}\right)$
38

contoh 2. Tentukan $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ dan $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

```
> limit((x^2-x-2)/(x-2), x=2, right);
```

3

```
> limit((x^2-x-2)/(x-2), x=2, left);
```

3

contoh lainnya:

> `limit((1-cos(x))/(x^2),x=0);`

$\frac{1}{2}$

> `limit((cos(x)-sin(x))/(x-Pi/4),x=Pi/4);`

$-\sqrt{2}$

> `limit((cos(x)-sin(x))/(x-Pi/4),x=Pi/4,right);`

$-\sqrt{2}$

> `limit((cos(x)-sin(x))/(x-Pi/4),x=Pi/4,left);`

$-\sqrt{2}$

MODUL 8

Solusi Matematika Dengan Maple

Tujuan Khusus Praktikum : *Mahasiswa dapat menggunakan perintah di Maple untuk menyelesaikan masalah matematika*

A. PERSAMAAN DIFERENSIAL

Persamaan diferensial adalah persamaan yang di dalamnya memuat diferensial. Persamaan diferensial biasa (*ordinary differential equation/ODE*) adalah persamaan diferensial dengan satu variabel, misalnya $y'' + 5y' + 6y = 0$. Yang menjadi masalah dalam persamaan diferensial adalah menentukan solusi dari persamaan diferensial. Solusi persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memenuhi persamaan diferensial tersebut. Solusi dari persamaan diferensial di atas adalah $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-2x}$ dengan C_1 dan C_2 sebarang bilangan konstanta, karena bila disubstitusikan persamaan ini memenuhi persamaan diferensial di atas. Solusi ini disebut solusi umum. Dengan Maple solusi ini dapat diperoleh dengan perintah **dsolve**.

```
>ode1:={diff(y(x),x,x) + 5*diff(y(x),x)+6*y(x)=0};
```

```
>soln:=dsolve(ode1);
```

Bila nilai awal dari suatu persamaan diferensial diketahui, maka persamaan diferensial tadi disebut masalah nilai awal. Solusi yang diperoleh dari masalah nilai awal disebut solusi khusus, karena tidak lagi mengandung bilangan konstanta C . Untuk memperoleh solusi umum dari masalah nilai awal dari persamaan diferensial di atas bila $y(0) = 0$ dan $D(y)(0) = 1$ tuliskan

```
> ic:={y(0)=0,D(y)(0)=1};
```

```
>soln:=dsolve(ode1 union ic,{y(x)});
```

Untuk mendefinisikan solusi ini menjadi y_1 sebagai fungsi dari x , tuliskan

```
>eval(y(x),soln);
```

```
>y1:=unapply(%,x);
```


B. DERET

Dalam kalkulus, suatu fungsi dapat dinyatakan dalam bentuk deret. Dengan menggunakan rumus Mac Laurin uraian fungsi dalam bentuk deret adalah:

$$f(x) = f(0) + f'(x).x + \frac{f''(x)}{2!}.x^2 + \frac{f'''(x)}{3!}.x^3 + \dots + O(R_n)$$

Misalnya uraian dari $\sin x$ dalam bentuk deret dengan sisa pangkat 10 adalah

$$x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{5040}x^7 + \frac{1}{362880}x^9 + O(x^{10})$$

Dengan Maple hal ini dapat diperoleh dengan perintah **series**

```
>series(sin(x),x=0,10);
```

C. ALJABAR LINIER

Dalam aljabar linier, himpunan vektor bebas linier yang membangun ruang vektor disebut basis. Himpunan vektor $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ bebas linier jika dan hanya jika apabila $c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_nv_n = 0$ maka $c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0$.

Untuk menentukan basis dari ruang vektor yang dibangun oleh vektor $[1, -1, 0, 1]$, $[5, -2, 3, 1]$, dan $[6, -3, 3, 0]$, tuliskan

```
>with(LinearAlgebra):
```

```
>v1:=<1|-1|0|1>:
```

```
>v2:=<5|-2|3|-1>:
```

```
>v3:=<6|-3|3|0>:
```

```
>ruangvektor:=<v1,v2,v3>;
```

Jika ketiga vektor ini bebas linier, akan membangun suatu basis. Untuk menguji kebebasan linier, nyatakan dalam persamaan $c_1v_1 + c_2v_2 + c_3v_3 = 0$. Diperoleh empat persamaan

$$c_1 + 5c_2 + 6c_3 = 0$$

$$-c_1 - 2c_2 - 3c_3 = 0$$

$$3c_2 + 3c_3 = 0$$

$$c_1 - c_2 = 0$$

```
>LinearSolve(Transpose(ruangvektor),<0,0,0,0>);
```

Vektornya bergantung linier karena masing-masing produk linier dari satu variabel. Jadi tidak dapat membuat basis. Perintah RowSpace memberikan basis untuk ruang vektor itu. **>b:=RowSpace(ruangvektor);**

>b1:=b[1]; b2:=b[2];

>basis:=<b1,b2>;

Untuk menyatakan [1,2,3,-5] dalam koordinat terhadap basis ini

>Linear Solve(Transpose(basis),<1|2|3|-5>);

D. STATISTIK

Paket **stats** mempunyai banyak perintah untuk analisa dan manipulasi data, dan berbagai jenis plot statistik. Paket stats memuat subpaket. Dalam setiap subpaket, perintah-perintah dikelompokkan oleh kegunaannya.

>with(stats);

Paket stats bekerja pada data dalam list statistis.

>marks:=

>[64,93,75,81,45,68,72,82,76,73];

Subpaket describe memuat perintah untuk analisa data Untuk mengetahui nilai rata-rata

>describe[mean](marks);

Untuk mengetahui range data

> describe[range](marks);

Untuk nilai simpangan baku

>describe[standarddeviation](marks);

Paket stats memuat banyak distribusi statistik. Untuk membangkitkan 50 data acak dari distribusi normal

>random_data:=[random[normala](50)];

E. OPTIMALISASI LINIER

Paket simplex memuat perintah untuk optimalisasi linier dengan menggunakan algoritma simpleks. Optimalisasi linier adalah menemukan solusi optimal untuk persamaan-persamaan di bawah konstrain/batasan. Misalkan untuk mencari solusi optimal dari model matematika

Maksimum: $w = -x + y + 2z$

Konstrain: $3x + 4y - 3z \leq 23$

$5x - 4y - 3z \leq 10$

$7x + 4y + 11z \leq 30$

>with(simplex);

>w:=-x+y+2*z;

>c1:=3*x+4*y-3*z<=23;

>c2:=5*x-4*y-3*z<=10;

>c3:=7*x+4*y+11*z<=30;

>maximize(w,{c1,c2,c3}, NONNEGATIVE);

TUGAS:

Dengan menggunakan Maple

1. Selesaikan masalah nilai awal $y'' - 3y' + 2 = ex$, dengan $y(0) = 1$ dan $y'(0) = -1$. Dan namakan solusinya y1.
2. Uraikan $\cos 2x$ dalam deret Taylor sampai dengan suku ke-10. Hitung errornya untuk $x = \frac{\pi}{4}$, yaitu selisih dari nilai sesungguhnya dengan nilai pendekatan deret Taylornya.
3. Diberikan vektor-vektor $[1,2,3,3]$, $[0,-2,-1,3]$, dan $[4,5,3,-7]$. Periksa apakah ketiga vektor ini bebas linier. Bila ya, tentukan basisnya dan nyatakan $[10,2,-5,6]$ dalam basis tersebut.
4. Bangkitkan 100 data acak yang berdistribusi normal. Tentukan rata-ratanya variasi dan standar deviasi. Gambarkan histogram dan box-plotnya.
5. Maksimumkan: $f=150 x_1 + 100 x_2$

Konstrain: $x_1 + x_2 \leq 600$

$2x_1 + x_2 \leq 1.000$

$x_1, x_2 \geq 0$



Jurusan Matematika
Fakultas Sains Dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang